

*2ª Série*



**Bem-Vindo! canal seduc-pi2**

**PROFESSOR: HENRIQUE GOMES**

**DISCIPLINA: MATEMÁTICA**

**CONTEÚDO: Medidas de tendência  
central**

**AULA 1**



# Medidas de tendência central

As medidas estatísticas que descrevem a tendência que os dados têm de agrupamento em torno de certos valores recebem o nome de **medidas de tendência central**.

Vamos destacar três medidas desse tipo:

→ **A média aritmética;**

→ **A mediana;**

→ **A moda.**

# Média aritmética

Das três medidas de tendência central que estudaremos, a média aritmética, chamada simplesmente de média, é a mais conhecida e utilizada.

**Média aritmética** é o quociente entre a soma dos valores observados e o número de observações.

Em determinada amostra de tamanho  $n$ , consideremos os possíveis valores para a variável  $x$ . Vamos indicar a média aritmética desses valores por:

Em determinada amostra de tamanho  $n$ , consideremos os possíveis valores para a variável  $x$ . Vamos indicar a média aritmética desses valores por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Como se lê

$\bar{x}$

Média aritmética da variável  $x$ .

Recorde

A letra grega maiúscula sigma –  $\Sigma$  – é usada para indicar uma soma.

O símbolo  $\sum_{i=1}^n x_i$  significa o somatório dos valores  $x_i$  para  $i$  variando de 1 até  $n$ .

*Sendo  $x_1, x_2, \dots, x_n$  os valores que a variável  $x$  pode assumir e  $n$  a quantidade de valores no conjunto de dados.*

**Exemplo:**

Sabe-se que numa rodada de um campeonato de futebol houve dez jogos, cuja quantidade de gols por partida está apresentada na tabela abaixo.

Partida	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª
Número de gols	3	0	2	5	1	5	3	4	1	2

Vamos calcular a média, somando o número de gols e dividindo o total obtido pelo número de jogos:

$$\bar{x} = \frac{3 + 0 + 2 + 5 + 1 + 5 + 3 + 4 + 1 + 2}{10} \Rightarrow \bar{x} = \frac{26}{10} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 2,6}$$

$$\bar{x} = \frac{3 + 0 + 2 + 5 + 1 + 5 + 3 + 4 + 1 + 2}{10} \Rightarrow \bar{x} = \frac{26}{10} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 2,6}$$

Logo, a média de gols por partida nessa rodada é de 2,6.

Observe que o número que representa a média pode não pertencer ao conjunto de dados. Agora vamos pensar no significado do valor obtido para a média na situação apresentada. Não faz sentido falarmos em 2,6 gols (não existe 0,6 gol), por isso podemos interpretar que foram feitos aproximadamente 3 gols por partida.

# Média aritmética ponderada



Como vimos, para o cálculo da média aritmética, todos os valores foram somados um a um. Agora veremos outra forma de calcular a média.

## ***Exemplo:***

Para executar um serviço de alinhamento e balanceamento de pneus em determinado veículo, foi feito o levantamento de preços em oito oficinas, obtendo-se os seguintes valores (em reais):



R\$ 40,00 R\$ 50,00 R\$ 40,00 R\$ 45,00 R\$ 45,00 R\$ 50,00 R\$ 60,00 R\$ 45,00

Já vimos que para determinar o preço médio podemos proceder do seguinte modo:

$$\bar{x} = \frac{40 + 50 + 40 + 45 + 45 + 50 + 60 + 45}{8} \Rightarrow \bar{x} = \frac{375}{8} \Rightarrow \bar{x} = 46,875$$

Como alguns valores se repetem, é possível calcular a média de outra forma:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 40 + 2 \cdot 50 + 3 \cdot 45 + 1 \cdot 60}{2 + 2 + 3 + 1} \Rightarrow \bar{x} = \frac{375}{8} \Rightarrow \bar{x} = 46,875$$

O número de vezes que o valor se repete recebe o nome de **peso** e a média aritmética calculada com o uso de pesos é chamada de **média aritmética ponderada**.



**Assim:**

$$\bar{x}_p = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \dots + p_k \cdot x_k}{p_1 + p_2 + \dots + p_k}$$

Como se lê

$\bar{x}_p$

Média aritmética ponderada da variável  $x$ .

Sendo  $x_i$  os valores da variável e  $p_i$  os respectivos pesos. Observe que os pesos correspondem às frequências absolutas ( $f_i$ ) de cada valor.

# Moda

Outra medida de tendência central é a moda.

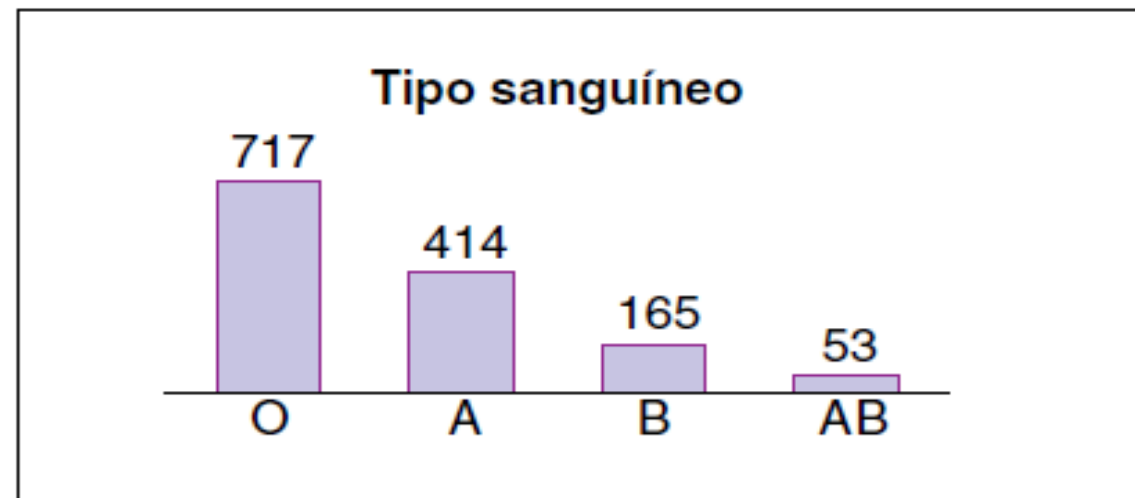
**Moda** é/são o(s) valor(es) que aparece(m) com maior frequência no conjunto de valores observados.

Indicamos a moda por ***Mo***.

*Exemplos:*

- a) Para o conjunto de dados 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3 e 4 a moda é 1.
- b) Vejamos os dados apresentados na tabela e no gráfico a seguir.

Tipo sanguíneo	Número de indivíduos ( $f_i$ )
O	717
A	414
B	165
AB	53



Dados fictícios.

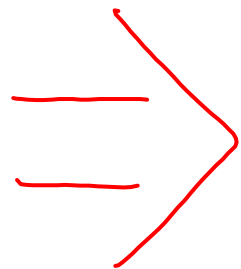
Observando a tabela e o gráfico, percebemos que a maior frequência é 717 e representa as pessoas com sangue tipo O. Logo, a moda dessa amostra é o sangue tipo O ( $M_o = O$ ).

c) O conjunto de valores 1, 2, 3, 4, 5 e 6 não apresenta moda. Se todos os valores apresentam a mesma frequência, não há moda na distribuição considerada.

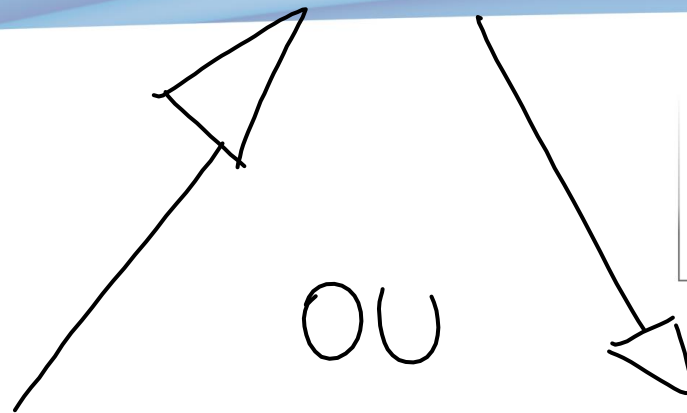
d) O conjunto de valores 1, 2, 2, 3, 4, 4 e 5 é bimodal, pois apresenta duas modas:

2 e 4 ( $Mo = 2; 4$ ). Quando o conjunto de valores tem mais de duas modas é chamado de multimodal.

# Mediana



ROL



OU

Outra medida estatística que podemos utilizar para identificar a tendência que os dados têm de agrupamento em torno de certos valores é a mediana.

Mediana de um grupo de valores previamente ordenados de modo crescente ou decrecente é o valor que divide esse grupo em duas partes com o mesmo número de termos.

Indicamos a mediana por  $Me$ .

## OBSERVAÇÕES

Sendo  $n$  o número de termos da distribuição, temos:

- se  $n$  é um número ímpar, a mediana é o termo central da distribuição e sua posição é dada por  $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ . Nesse caso, ela pertence ao grupo observado.
- se  $n$  é um número par, a mediana é a média aritmética dos dois termos centrais cujas posições são dadas por  $\frac{n}{2}$  e  $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ . Nesse caso, a mediana pode não pertencer ao grupo de valores observados.

**Vamos praticar!!!**

As idades dos jogadores de uma equipa de futebol são:

22, 24, 27, 27, 25, 25, 25, 23, 24, 32, 28

1. Determine a média das idades.

2. Indique a moda.

25

3. Indique a mediana.

$$\frac{282}{11} = 25,6$$



***Em ROL* → 22, 23, 24, 24, 25, 25, 25, 27, 27, 28, 32.**

**1.** Determine a média das idades.

Em ROL → 22, 23, 24, 24, 25, 25, 25, 27, 27, 28, 32.

2. Indique a moda.

Em ROL  $\rightarrow$  ~~22~~, ~~23~~, ~~24~~, ~~24~~, ~~25~~, 25, 25, 27, 27, 28, 32.

3. Indique a mediana.

11 TERMOS

$$\frac{11 + 1}{2} = \frac{12}{2} = 6^{\circ} \Rightarrow 25$$

Durante determinada hora do dia, Amanda fez cinco ligações de seu aparelho celular, pertencente à operadora **NEXT**. O tempo, em minutos, gasto em cada ligação está relacionado ao lado.

Em relação a essas ligações de Amanda determine:

- o tempo médio de duração das ligações realizadas.
- o tempo mediano de duração dessas ligações.
- o tempo modal de duração das ligações.
- Sabendo que o valor da tarifa por minuto de ligação na operadora **NEXT** é de R\$ 1,05, calcular o gasto médio por ligação.

2 min

5 min

14 min

10 min

5 min

a) o tempo médio de duração das ligações realizadas.

2 min

5 min

14 min

10 min

5 min

b) o tempo mediano de duração dessas ligações.

2 min

5 min

14 min

10 min

5 min

c) o tempo modal de duração das ligações.

2 min

5 min

14 min

10 min

5 min



d) Sabendo que o valor da tarifa por minuto de ligação na operadora **NEXT** é de R\$ 1,05, calcular o gasto médio por ligação.

2 min

5 min

14 min

10 min

5 min

**(Ulbra)** Preocupada com a sua locadora, Maria aplicou uma pesquisa com um grupo de 200 clientes escolhidos de forma aleatória, sobre a quantidade de filmes que estes locaram no primeiro semestre de 2011. Os dados coletados estão apresentados na tabela a seguir:

Número de filmes alugados no primeiro semestre de 2011	
Número de filmes	Frequência
0	25
1	30
2	55
3	90
Total	200

Fonte: Planilha da locadora.

A média, a moda e a mediana destes dados são, respectivamente, os seguintes:

- A) 2,05 – 3 – 2.
- B) 1,5 – 2 – 3.
- C) 1,5 – 3 – 3.
- D) 1,5 – 3 – 2.
- E) 2,05 – 2 – 3.

**Número de filmes alugados no primeiro semestre de 2011**

Número de filmes	Frequência
0	25
1	30
2	55
3	90
Total	200

Fonte: Planilha da locadora.

**Número de filmes alugados no primeiro semestre de 2011**

Número de filmes	Frequência
0	25
1	30
2	55
3	90
Total	200

Fonte: Planilha da locadora.

**(Ulbra)** Preocupada com a sua locadora, Maria aplicou uma pesquisa com um grupo de 200 clientes escolhidos de forma aleatória, sobre a quantidade de filmes que estes locaram no primeiro semestre de 2011. Os dados coletados estão apresentados na tabela a seguir:

Número de filmes alugados no primeiro semestre de 2011	
Número de filmes	Frequência
0	25
1	30
2	55
3	90
Total	200

Fonte: Planilha da locadora.

A média, a moda e a mediana destes dados são, respectivamente, os seguintes:

**A) 2,05 – 3 – 2.**

B) 1,5 – 2 – 3.

C) 1,5 – 3 – 3.

D) 1,5 – 3 – 2.

E) 2,05 – 2 – 3.

**(ENEM)** O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

*Se  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então:*

- A)  $X = Y < Z$ .      B)  $Z < X = Y$ .  
C)  $Y < Z < X$ .      D)  $Z < X < Y$ .  
E)  $Z < Y < X$ .



Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1



Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

**(ENEM)** O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

*Se  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então:*

- A)  $X = Y < Z$ .      B)  $Z < X = Y$ .  
C)  $Y < Z < X$ .      D)  $Z < X < Y$ .  
**E)  $Z < Y < X$ .**